

# I-110 水素気ほう法による乱れた低レイノルズ 数流れ速度分布の解析

谷 内 聖

## Analysis of Velocity Distribution of Low Reynolds Turbulent Flow by the Aid of Hydrogen Bubble Method

Kiyoshi TANIUCHI

### Abstract

Velocity distribution of a flow through a equi-diametral straight pipe with an annular protrusion in it is obtained by the aid of hydrogen bubble method.

The turbulent flow brought about by the protrusion under low Reynolds number is damped out owing to the viscosity of the liquid, and so the velocity distribution in a cross section of the pipe changes as the distance of the cross section from the protrusion increases: that is, in the vicinity of the protrusion the profile shows trapezoidal one, which is typical of turbulent flow, and the distribution becomes gradually parabolic in profile as the position of the cross section becomes far from the protrusion, which is the typical case in laminar flow. Examining the changes of the profile forms in relation to the flow down distance by the aid of the logarithmic universal velocity distribution law, it becomes clear that the velocity distribution, except for the narrow vicinity of the wall, where the observation of hydrogen bubble is difficult owing to the optical condition, changes from turbulent to laminar characteristics.

### §1 ま え が き

内部に突起を設置したアクリル製直円管で、管内を流れる水の平均流速が0から漸次増大したときの挙動を、管入口からトレーサを注入して観察すると、流脈線は、最初のうちは突起の上流・下流とも連続した一条の線であるが、流速が増してレイノルズ数がある値を越すと下流側だけに乱れを生ずる<sup>1)</sup>。このとき、突起下流の数個所でトレーサを注入してみると、突起からある距離以降では流脈線が一直線となり、その上流の流脈線の乱れは収束して、突起下流の乱れは局所的なものであることがわかる<sup>2)</sup>。この現象は、数多くの継手で接続された管路内の油の流れに現実に発生していることが考えられ、管路系の設計に当ってはその流路損失に関連するので、特性を明らかにしておく必要がある。

突起下流の損失ヘッド測定並びにトレーサ法によって、局所的な乱れが生ずるレイノルズ数と突起の寸法の関係<sup>1)</sup>、乱れた後の収束距離および管摩擦係数<sup>2)</sup>などに

ついてはこれまでに知ることができた。

水素気ほう法で突起下流を可視化すれば、拡散が少なく、流れの鮮明な模様が得られるから、ミクロ的な観察ができ、管壁からの距離によって値が変化する管内流速についても知ることができる。供試管内に金属細線を張り、それに間欠的な電圧を加えてタイム・ラインを作り、速度分布を求め、対数法則による吟味をおこなった。突起のごく近傍の管内流れは別途に取り扱うこととした。

本研究の結果、局所的な乱れの速度分布は、従来このような流れのパターンとして取り扱われている層流あるいは乱流いずれの分布とも一致しないことが明らかになった。

### §2 実験装置および実験方法

#### 2-1 水素気ほう法による管内流れの可視化

##### 2-1-1 装 置

図1は装置の概要である。タンクは大きさが680×340

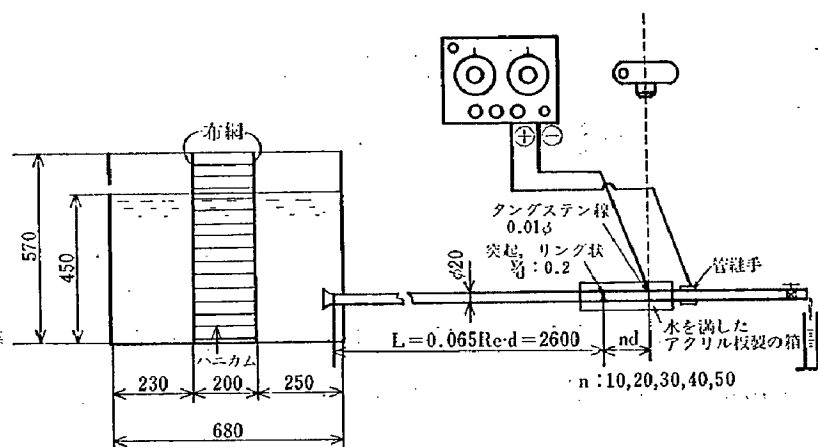


図1 実験装置略図

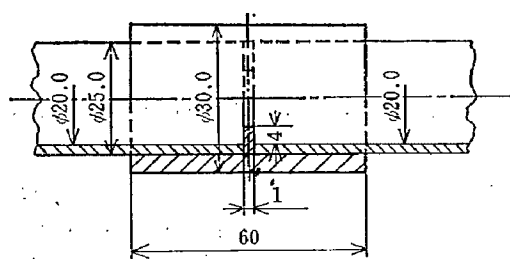


図2 突起部詳細図

×570 mm のプラスチック製で、流入する水道水を中央部にある外周を布網で覆ったハニカムで整流し、ヘッド一定で実験をおこなうため側面には長方形のオーバーフロー穴がある。

タンクに接続する供試管は、真円度の良好な内径 20 mm のアクリル製で、入口にはプラスチック製ベルマウスが取付けてある。入口から層流助走区間の長さを示す式  $L=0.065 Re d^{3/4}$  でレイノルズ数  $Re$ ; 2000, 管内径  $d$ ; 20 mm に対する  $L$  の値 2600 mm の位置にリング状突起を設置した。突起は、厚さ 1 mm, その高さ  $y$  と管内径  $d$  の比  $y/d$ ; 0.2 とし、図 2 に示すように、供試用の直円管を切断し、アクリル丸棒から削り出した同心円リングを二つの円管の端面の間に挟み、外側のアクリル製円管にはめ込み固定してある。

突起から下流へ向って  $L_n (=nd)$  の位置に陰極用金属細線を管の軸心の直線と直角方向に張った。ここで  $n$  の値は後述の 5 通りにとつた。

供試管で中の流動を観察する部分は、図 1 に示すように、水を満したアクリル製の箱で覆い、その水面を介して管内の現象を観察した。

突起下流の所定位置で間欠的に発生する水素気ほう列を得るため、表 1 に示す仕様のパルス発生器の陰極を管内に張った金属細線に、陽極は黄銅製管継手にそれぞれ接続した。陰極用の金属細線としては表 2 に示す材料が

表1 直流パルス発生器仕様

パルス周期	10M・S~1000M・S
パルス幅	1 M・S~200M・S
出力電圧	最大400V
出力電流	短時間定格最大 1 A
電 源	単相交流100V 50 Hz

表2 細線材料の特性

材 質	引張強さ [kgf/mm <sup>2</sup> ]	ハンダ付	最小径 [μm]
白金線	20	可	5
白金ロジウム線	40	可	5
ステンレス鋼線	160	可	5
タングステン線	180	否	5

知られており<sup>4)</sup>、この中で取扱いの容易さを考えて強度の最もすぐれたタングステン線を選び、発生する水素気ほう径が小さくなるように、外径 0.01 mm のものを用いた。

管内流れのレイノルズ数が 800 の場合、突起から  $L_n$  の位置に張った金属細線近傍における水素気ほうの挙動を、フィルムに Tri-X を用い、絞り 3.5, シャッター速度 1/60 秒で撮影した。このとき、気ほう列はカメラの下方 450 mm の位置にあって、300 W の電球を内蔵した幻燈機による平行光線で照射されている。

管内流量は管末に取付けた仕切弁で調節した。平均流速  $u_m$  は管末端から流出する水をメスシリンダで受け、その所定容積  $Q$  を水が満す経過時間  $t$  をストップウォッチで測定し次式から求めた。

$$u_m = \frac{4Q}{\pi d^2 t} \quad (1)$$

平均流速の測定精度を知るため、式(1)から  $\delta u_m/u_m$  を求めれば

$$\frac{\delta u_m}{u_m} = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta Q}{Q}\right)^2 + \left(-\frac{\delta t}{t}\right)^2 + \left(-2\frac{\delta d}{d}\right)^2} \quad (2)$$

となる。本研究では  $Q$  を 250cc ととり、レイノルズ数 800 の流れについて実験をおこなったので、水温が 20℃ のときは  $t$  が 19.8 秒となる。メスシリンダの 1/3 目盛 3.3cc を  $\delta Q$ ,  $\delta t$  を 0.2 秒,  $\delta d$  を 0.1 mm にとれば,  $\delta Q/Q = 0.013$ ,  $\delta t/t = 0.01$ ,  $2\delta d/d = 0.01$  となり、式(2)から  $\delta u_m/u_m$  は  $\pm 0.02$  となる。

式(1)で求めた平均流速  $u_m$  を用いて算出するレイノルズ数の値に含まれる誤差は  $Re = u_m d / \nu$  であるから

$$\frac{\delta Re}{Re} = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta u_m}{u_m}\right)^2 + \left(\frac{\delta d}{d}\right)^2}$$

で、 $\delta Re/Re$  は  $\pm 0.02$  となる。

### 2-1-2 水素気ほうと管内流れ

供試管内に張った金属細線に直流電圧を断続して加えれば、管内の水は電気分解を起し、陰極には印加電圧の断続周期に対応して微小な水素気ほうが間欠的に発生する。この気ほうは流れによって陰極から離脱して気ほう列を形成し、流れとともに下流へ移動して管内で一定間隔のタイム・ライン像を描く、このとき流速が数 cm/s ~ 1 m/s の範囲内にあれば鮮明なタイム・ラインを得ることができる<sup>4)</sup>。

流れを定常流とみなせば、流速  $u$  は流跡を表わすタイム・ラインの記録から

$$u = \frac{4b}{a} \times f \quad (3)$$

となる。ここで  $4b$  は印画紙上のタイム・ラインの間隔、 $a$  は写真の拡大倍率、 $f$  は印加電圧の断続周波数を示す。

表 3 実験条件

供 試 管	アクリル樹脂製 内径: 20.0 mm, 外径 24.9 mm
突 起	アクリル樹脂製, リング状 $y/d$ : 0.2, 厚さ: 1.0 mm
突起と陰極線 間の距離 $l_n$ (mm)	200, 400, 600, 800, 1000 (10 d, 20 d, 30 d, 40 d, 50 d)
レイノルズ数	800
パルス周期	400 M·S
パルス幅	30 M·S
撮 影 条 件	フィルム Tri-X, $f$ : 3.5, シャッター速度 1/60 秒, 照明 300W 2 個, スリット光

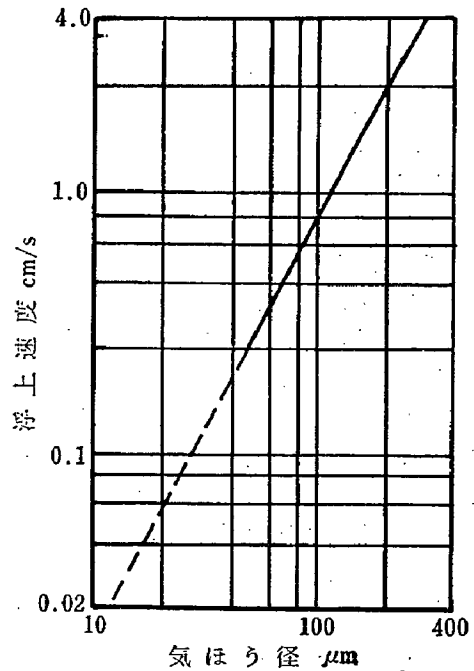


図 3 気ほう上浮速度

水素気ほう法で流速を測定するときの誤差要因としては次の各項目があげられる。

a) 気ほうの上浮 水素気ほうは水平流の中にある場合、周囲の水との比重差によって、流下すると同時に垂直方向に上浮し、その動きと流速との間にずれを生ずる。

水素気ほうが静水中を上浮するときは、ストークスの法則に従って運動し、速度はその外径によって異なり、外径が大きくなるにつれて増大する。この両者の関係をグラフにすれば図 3 となる<sup>4)</sup>。

陰極から発生する水素気ほうの外径は、極の金属細線の外径に等しいかその 1/2 程度で、電流および流速によって異なり、電流が増せば大きくなり、流速が増せば小さくなる<sup>5)</sup>。

本研究では、外径が 0.01 mm の金属細線を陰極としたので、発生する気ほうの外径を 0.01 mm とみなせば、この気ほうが上浮する速度は図 3 から 0.2 mm/s となる。

気ほうの上浮速度がそれと直角方向の流速の 1/50 以下であれば、気ほうの運動と流れの間のずれは無視できる<sup>5)</sup>。気ほう上浮速度 0.2 mm/s は、流速 10 mm/s と比べると無視できる。

b) 陰極用金属細線の伴流 供試管内の陰極用金属細線下流には伴流が生ずるから、水素気ほうはこれに乗って移動することとなり、その存在領域内で気ほうの動きから求めた流速は真の値より小さくなる。

外径  $d_m$  の金属細線から下流への距離を  $l_w$  とおけば伴流の影響を無視できるのは  $l_w/d_m > 70$  の領域<sup>6)</sup>で、 $d_m$

0.01 mm の陰極線についての  $l_n$  は 0.7 mm となり、この実験では事実上伴流の影響は無視できる。

c) 水素気ほうの応答性、加速性 水素気ほうの、周囲の流速変化に対する応答性は、その外径寸法によって異なるが、遅れを 2% 以内とするにはその値が 100  $\mu$ m 以下であればよく<sup>4)</sup>、本実験では気ほうの遅れは無視できる。

陰極線で発生した水素気ほうは、管内流速が増大すると、線から離脱したのち流れと同一速度になるまでにある距離を必要とするが、流速  $7 \times 10^3$  mm/s 以下ではこの距離を無視することができる<sup>4)</sup>。

d) タイム・ラインからの流速測定 流速  $u$  は、2 倍に拡大して印画紙上に焼付けられたタイム・ラインの、金属細線に最も近くて形が整った相隣る二つの気ほう列間の距離  $\Delta b$  をノギスで読取り、その値を式(3)に代入して求めた。流速の誤差は、周波数に含まれる誤差を無視すれば

$$\frac{\delta u}{u} = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta \Delta b}{\Delta b}\right)^2 + \left(\frac{\delta a}{a}\right)^2} \quad (4)$$

となる。 $\Delta b$  の測定はノギスでおこなうから、 $\delta \Delta b$  を  $\pm 0.2$  mm とすれば、 $\Delta b \geq 20$  mm で  $\delta \Delta b / \Delta b$  は  $\pm 0.01$  内となる。ここで、 $\delta a$  を  $\pm 0.02$  にとれば  $\delta u / u$  は式(4)から  $\pm 0.014$  になる。

円管内のタイム・ラインを管外から観察するとき、管の曲率、管材料の屈折率などの影響で、軸直角方向の寸法はひずんだ値となる。これをさけるため、水を満した箱の中に供試管の観察部を通し、水面を介して管内のタイム・ラインを撮影したので、印画紙上で測った管壁からの距離  $y$  に含まれる管材料の屈折率などによる誤差は無視した。

タイム・ラインから流速を求めるときの誤差要因のうちで大きな影響のあるのは気ほう浮上による流線のずれと、印画紙上のタイム・ラインからの値の読取りであって、陰極用金属細線外径が 0.01 mm の場合には、このうち後者の影響がより著しい。管内流速は管壁に近づくにつれて減少するから、本研究では、流速測定値の誤差が  $\pm 1.0\%$  以上となる管壁近くの領域についてはふれないこととした。

以上から、本実験における実測値の誤差は一般に考えられている水素気ほう法の精度の限界<sup>6)</sup>内と考えることができる。

## 2-2 管内圧力分布

供試管上の測定点を定めるため、図 4 に示す、内径 20 mm で中に  $y/d; 0.2$  のリング状突起を備えたアクリル製供試管を図 1 のタンクに接続し、突起下流の静圧分布を求めた。

供試管上で、突起を起点に下流方向へ 400 mm までは 50 mm、そこから 500 mm の間は 100 mm 間隔に穿つた内径 0.7 mm の静圧穴に通常液柱計を接続し、その水柱の高さを測微顕微鏡で、隣りあう 6 点ずつ測定した。

図 5 は、供試管の軸心を基準とするヘッドを縦軸、突起からの流下距離を横軸とする直交グラフに静圧測定値を描点したものである。突起下流の静圧は、200 mm 以降、すなわち 10 d の位置から下流では流下距離が増すにつれて漸減する。供試管上で陰極用金属細線を張る位置は、図 5 の結果にもとずいて、突起下流の 200~1000 mm 間で等間隔に 5 点を選んだ。

上記条件にもとずいて定めた実験条件を表 3 に示す。

## §3 突起下流の水素気ほう列

### 3-1 気ほう列の記録

突起下流で陰極用金属細線を張る位置を定め、それぞれの場所でタイム・ラインを求めれば、突起からの流下距離と流速との関係がわかり、同時に乱れの収束の様相をも知ることができる。

図 6 は突起から金属細線までの距離  $l_n$  を 10 d, 20 d, 30 d, 40 d, 50 d の 5 通りにとり、管内流れのレイノルズ数が 800 の場合につき、それぞれの位置の近傍におけるタイム・ラインを求めた結果の一例である。突起に近い 10 d の位置のタイム・ラインは下流側に突出した台形状であるが、 $l_n$  の値が増して下流となるにつれてその形は漸次放物線状に移行する。

### 3-2 速度分布

突起下流における流下距離と流速との間の具体的な関係を知るため、図 6 の記録から流速  $u$  を求め、その値を管内平均流速  $u_m$  で除した  $u/u_m$  を横軸に、管壁からの

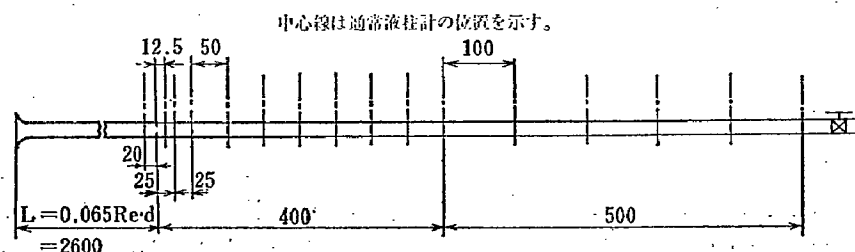


図 4 供試管 (圧力分布測定用)

距離  $y$  を管内管  $d$  で除した  $y/d$  を縦軸にとって測定値を描点し、各  $l_n$  について整理すれば図 7 となる。図中の曲線  $a$  は層流、 $b$  は指数法則から求めた乱流の速度分布を示す。

$l_n$  の値が  $10d$ ，すなわち突起から  $200\text{ mm}$  下流における流速を示す描点は、層流速度分布(a)と乱流速度分布(b)の中間で不整な山形状に分布し、ここでは突起によるかく乱の影響が著しいことがわかる。 $l_n$ ； $20d \sim 30d$  では、

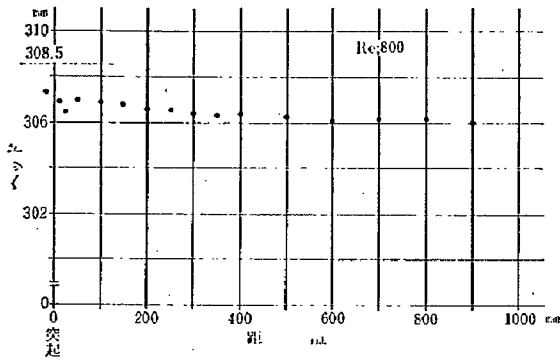


図 5 静圧分布

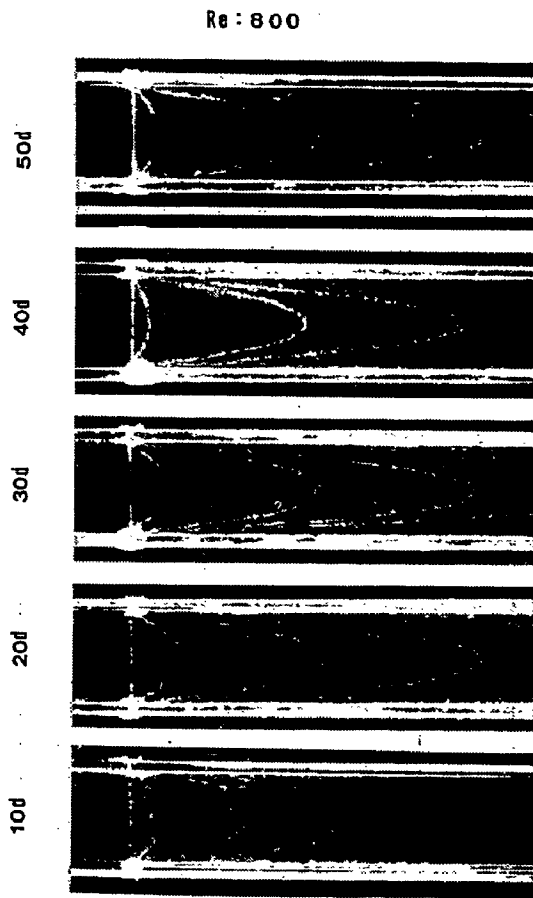


図 6 気ほう列写真

実測値を示す描点の分布は整った放物線状に変わる。 $l_n$ ； $40d$ になると、速度分布は層流の分布に近づき、 $l_n$ ； $50d$ では層流速度分布と一致する。

図 7 は、突起下流の速度分布は、突起から下流へ遠ざかるにつれ次第に変化するが、変化状態と流下距離の間に規則性があることを窺わせている。

#### §4 対数法則と突起下流の速度分布

直門管内にリング状突起を置くと、その下流では、レイノルズ数が臨界値以下の流れであっても、タイム・ラインから求めた速度分布が層流速度分布あるいは乱流速度分布のいずれとも一致せず、トレーサを注入すればそれはかく乱状態を示す。この流れの流速についての規則性を究明するため、前節で得た実測値を総合速度分布を

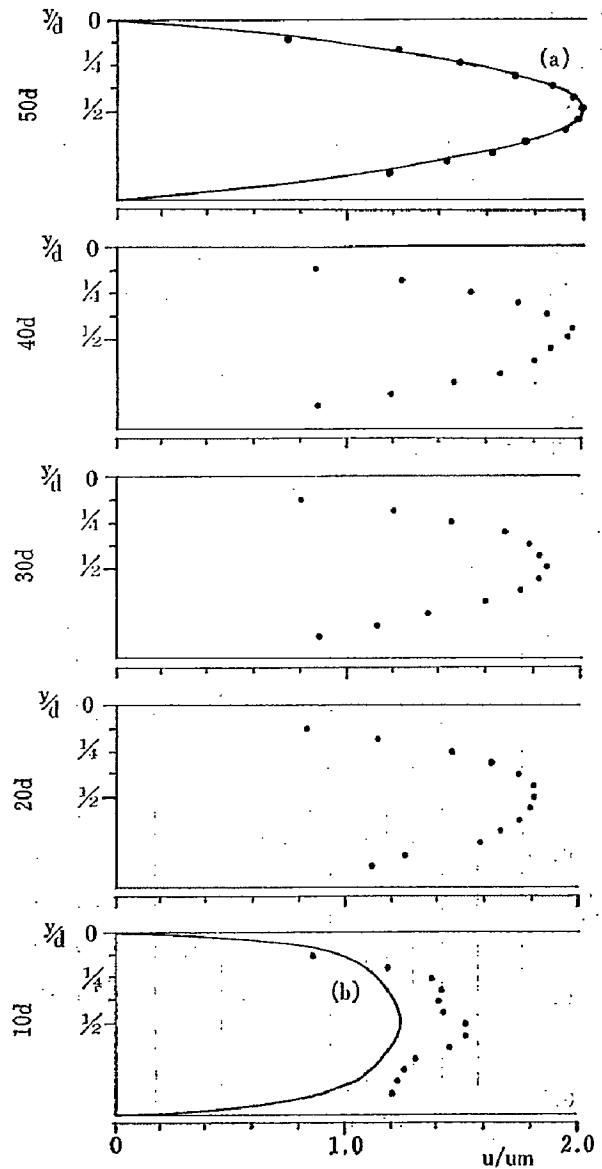


図 7 速度分布(I)

表わすとされている対数法則によって吟味した。

#### 4-1 対数法則

運動量輸送理論から、流れのせん断応力を $\tau$ 、流体の密度を $\rho$ 、混合距離を $l$ 、時間的平均流速を $\bar{u}$ とおけば、次式が成立する。

$$\tau = \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (5)$$

$$l = \kappa y \quad (6)$$

管内壁面でのせん断応力 $\tau_0$ は一定と考えて

$$\frac{u}{v_*} = c + \frac{1}{\kappa} \log_e \frac{v_* y}{\nu} \quad (7)$$

が導かれる。Nikuradseの実験結果から $c$ ; 5.5,  $\kappa$ ; 0.4にとれば<sup>1)</sup>、式(7)は

$$\frac{u}{v_*} = 5.5 + 5.75 \log \frac{v_* y}{\nu} \quad (8)$$

となる。なめらかな直円管内の乱流速度分布は一般に式(8)から求めている<sup>3)</sup>。

式(8)は、管軸方向について一様な流れの流速を表わし、流下距離に関する因子は含まず、実験から定数 $c$ 、係数 $\kappa$ を定める。

式(8)中の $v_*$ は管内壁面のせん断応力 $\tau_0$ から定義される摩擦速度 $v_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ で、これは、管摩擦係数を $\lambda$ で表わせば $\tau_0 = \lambda \rho u_m^2/8$ であるから $v_* = u_m \sqrt{\lambda/8}$ となる。

式(8)によって実測値を吟味するには突起下流の管摩擦係数を知る必要がある。

#### 4-2 管摩擦係数<sup>2)</sup>

直円管内に $y/d$ ; 0.2のリング状突起を設置し、その下流で、差圧を求める静圧穴の間隔を一定にとり、突起とその中点との距離を $l_m$ とし、8通りの $l_m$ につき、それぞ

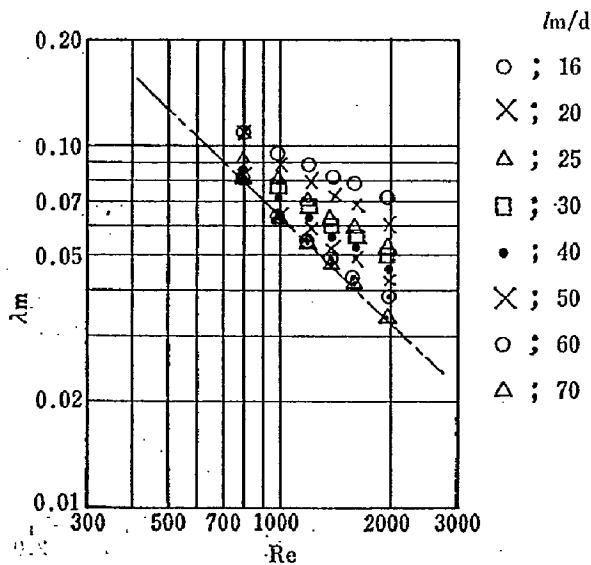


図8  $\lambda_m \sim Re$

れの区間の損失ヘッドを測定して管摩擦係数を求め、結果をレイノルズ数について整理すれば図8となる。 $l_m$ は管内径 $d$ で除して無次元量に替えてパラメータとした。損失ヘッドは突起からの距離によって変わるので、静圧差を測る相隣る静圧穴の中点の位置 $l_m$ を二静圧穴間の代表位置とし、求めた管摩擦係数の値を、それぞれ相隣る静圧穴間の平均管摩擦係数と考えて $\lambda_m$ で表わした。

$\lambda_m$ の測定値は両対数グラフ上で右下りの直線上にあり、 $l_m/d$ の値が小さくなるほど、すなわち、 $\lambda_m$ の代表位置が突起に近づくにつれて、同一レイノルズ数に対する $\lambda_m$ の値は大きくなる。図8中の一点鎖線は、層流の管摩擦係数 $\lambda$ とレイノルズ数の関係 $\lambda = 64/Re$ を示したもので、 $l_m/d$ が大きくなるにつれて $\lambda_m$ の測定点はこの層流の線に近づく。

図8は $\lambda_m$ と $l_m/d$ 、 $Re$ の間に系統的な関係があることを示している。いま、それらの実測値から $Re(l_m/d)^{1/2}$ と $\lambda_m$ の関係を求め、両対数グラフ上に描点すれば図9となる。図9で、すべての描点是一本の直線上に乗り、その方向係数がほぼ $-2/3$ となる。そこで

$$\lambda_m = k Re^{-\alpha} \left( \frac{l_m}{d} \right)^{-\beta} \quad (9)$$

とおき、偏回帰係数として $k$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ を求めれば式(9)は

$$\lambda_m = 26.0 Re^{-0.66} \left( \frac{l_m}{d} \right)^{-0.36} \quad (10)$$

となる。式(10)は直円管内に $y/d$ ; 0.2のリング状突起がある場合、その下流の平均管摩擦係数を表わし、その値はレイノルズ数と、突起からの流下距離と管内径の比との関数であることを示す。 $\delta\lambda_m/\lambda_m$ を求めれば $\pm 0.013$ となる。

#### 4-3 突起下流の速度分布

突起下流の流速を乱流速度分布を表わす式(8)で吟味

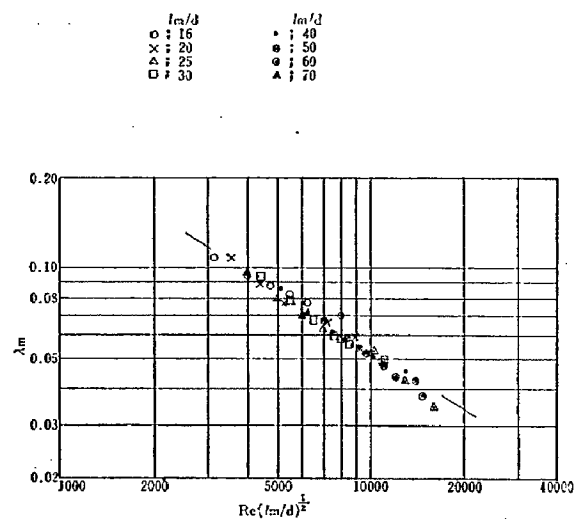


図9  $\lambda_m \sim Re(l_m/d)^{1/2}$

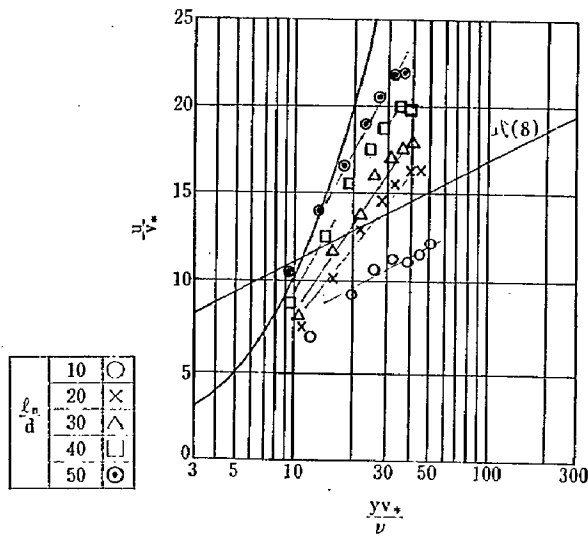


図10 速度分布(II)

するため、片対数グラフを用いて  $u/v_*$ ,  $\log(v_*y/\nu)$  の関係を求めれば図10となる。流速  $u$  は図6に示すタイム・ラインの写真上で読取った管壁から  $y$  の距離における値であり、 $v_*$  の算出に当っては式(10)から求めた  $\lambda_m$  の値を用いた。図10中で右上りの直線は式(8)の関係を表わし、左方の曲線は  $u/v_* = v_*y/\nu$ , すなわち層流底層の速度分布を示す。描点で○印は流下距離  $l_n$  が10d, ×は20d, △は30d, □は40d, ◎は50dの近傍の速度分布を表わす。

図10において、 $l_n$  の各位置の流速を表わす描点はほぼ一直線上に乗り、10dでは式(8)を示す直線より下でそれとはほぼ平行であるが、流下距離が増すにつれて描点の列は層流底層の流速を示す曲線に接近する。この変化の状態を具体的に把握するため、図10において横座標  $v_*y/\nu$  に対する縦座標  $u/v_*$  の比と  $l_n/d$  の関係を、管中心の流速について求め、両対数グラフ上に描点すれば図11となる。

図11で描点は右上りの直線の近傍に分布し、速度分布の変化と流下距離の間には規則的な関係のあることがわかる。図11の縦座標  $(u/v_*)/(v_*y/\nu)$  は  $v_*$ ,  $\tau_0$  の値から

$$\frac{u}{v_*} \cdot \frac{v_*y}{\nu} = k_0 \frac{u}{\lambda_m y} \quad (11)$$

となる。 $k_0 = 8\nu/\tau_0$  である。図11で縦座標を  $k_0 u/\lambda_m y$  にとって考えると、突起から  $l_n$  の位置について、流速と、平均管摩擦係数と管壁からの距離の積との比が一定となり、突起下流では、流速と平均管摩擦係数とが密接な関係にあることがわかる。

図10においては、管壁からの距離  $y$  の変化と  $u$  の関係については明らかでない。この両者の関係を知るため、

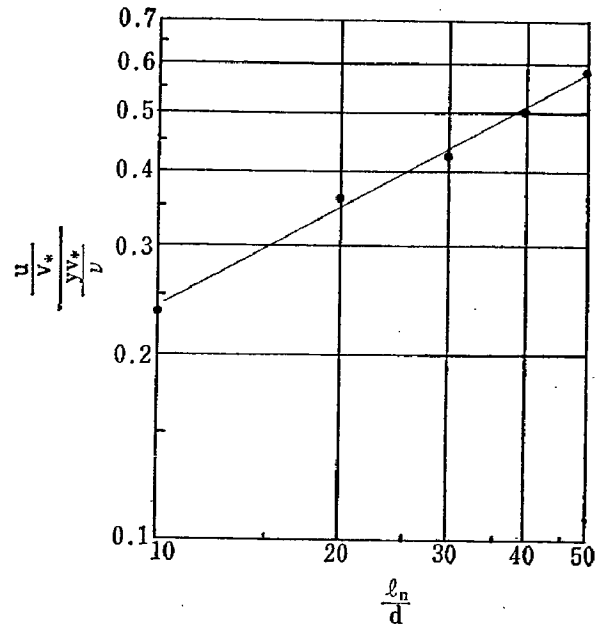


図11 速度分布変化と流下距離

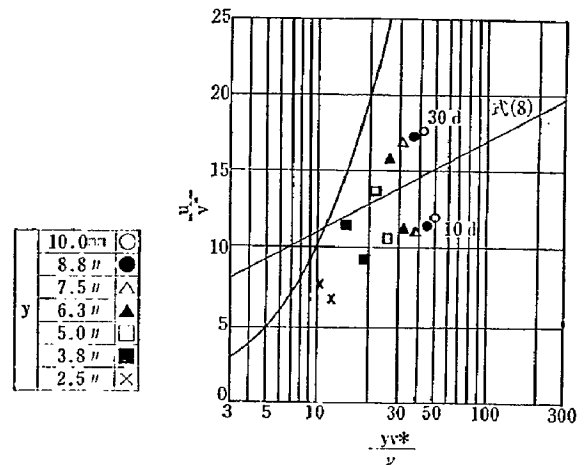


図12 速度分布(II)

突起に最も近い  $l_n$ ; 10d と乱れが収束する前の30d の位置を選び、実測値から  $y$  についての  $u/v_* \sim v_*y/\nu$  の関係を求めて片対数グラフ上に描点すれば図12となる。 $y$  の値は2.5~10.0 mm の間で7通りとり、それらの各値に対する記号は図の左方に示す通りとした。図中の右上りの直線は式(8), 曲線は層流底層の速度分布を示す。

図12において、管壁から距離  $y$  の点の流速を示す描点は、 $y$  が増し管中心に近づくにつれ、 $l_n$ : 10d, 30d についてそれぞれ別の右上りの直線上に順次左から右へ分布する。管壁に近い  $y$ ; 2.5および3.8mmの位置の流速を示す測定点は  $l_n$ : 10d, 30d いずれの場合でも層流底層の分布を示す曲線の右側に点在する。管中心に近づ

き  $y$ : 5.0~10.0mm の各位置については, 10 d に対する描点は式(8)の直線の下側に, 30 d は層流底層の曲線と式(8)の直線の中間に分布する。突起下流の流速は, 管壁近くは層流底層, 管中心付近は乱流の値に似る。突起下流では, 流脈線は乱れているが, 速度分布は一樣乱流の式(8)と一致しない。

#### §5 結 び

直円管内に生ずる局所的な乱れの特性を調べるため, 管内にリング状突起を設置し, その下流を水素気ほう法で可視化して流速を測り, 結果を乱流速度分布式で吟味して

- 1) 突起下流の速度分布実測値は, 一般に用いられているなめらかな円管内の一樣乱流の速度分布式と一致しない。
- 2) 突起下流の速度分布は, 突起からの距離によって変化し, レイノルズ数 800 では, 10 d 近傍は台形状で, 流れるにつれ漸次放物線状に移行し, 50 d では層流速度分布と一致する。

3) 局所的な乱れは一樣乱流とは異なるなどの点が明らかになった。

終わりに, 本研究の遂行に多大な御援助を賜った横川和彦教授, 実験に協力された木村謙, 塩沢成仁, 鈴木昌利の諸君に深謝の意を表する。

#### 文 献

- 1) 谷内・林, 機論, 42-361 (昭51-9), 2795.
- 2) 谷内, 機論, 46-403 (昭55-3), 415.
- 3) 日本機械学会編, 機械工学便覧改訂第 6 版, (昭51), 8-51, 11.
- 4) 浅沼編, 流れの可視化ハンドブック, (昭52), 267, 269, 274, 275, 朝倉書店
- 5) 谷・ほか, 流体力学実験法, (昭52), 55, 56, 岩波書店.
- 6) Davis, W., Fox, R.W., ASME paper, No.66-WA/FE-21, 1967.
- 7) Prandtl, L., Führer durch die Strömungslehre, (1965), 187, Vieweg & Sohn.